Závěrečná zkouška z matematiky 2015

T – A

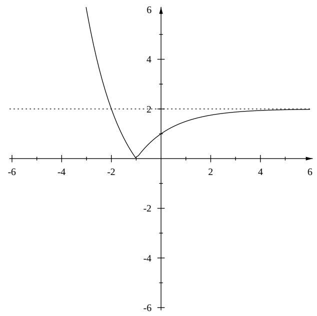
1. Určete definiční obor funkce $y = \dfrac{\sqrt{4-x^2} + \log(x+1)}{\tan x}$. $\qquad D_f = (-1; 2] \setminus \{0; \frac{\pi}{2}\}$

2. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\sin x = \sqrt{2}\cos^2 x$
   $x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z},\ x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

3. Pro které hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ je funkce $y = (2a^2 - 18)^{4-x}$ rostoucí?
   $a \in (-\sqrt{\frac{19}{2}}; -3) \cup (3; \sqrt{\frac{19}{2}})$

4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\log_3 x + \log_{27} x = \dfrac{16}{3}$ $\qquad x = 81$

5. Nakreslete graf funkce $y = \left|\left(\dfrac{1}{2}\right)^x - 2\right|$



6. V pro $z \in \mathbb{C}$ řešte rovnici $|z| - z = 8 + 12\mathrm{i}$. $\qquad z = 5 - 12\mathrm{i}$

7. Velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníka ABCD tvoří čtyři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti s diferencí $d = 20°$. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníka ABCD. $\qquad a_1 = 60°,\ a_2 = 80°,\ a_3 = 100°,\ a_4 = 120°$

8. Jsou dány rovnoběžné (různé) přímky p, q. Na přímce p je dáno osm různých bodů, na přímce q jedenáct různých bodů. Určete počet trojúhelníků s vrcholy v daných bodech. $\qquad \binom{8}{2}\binom{11}{1} + \binom{8}{1}\binom{11}{2} = 748$

9. Napište rovnice všech navzájem kolmých přímek p, q, jejichž průsečík leží na ose y. Přímka p prochází bodem A$[2; 1]$ a přímka q bodem B$[-3; 0]$.
   $p_1 : y = 3 - x,\ q_1 : y = 3 + x,\ p_2 : y = \frac{3}{2}x - 2,\ q_2 : y = -\frac{2}{3}x - 2$

10. Určete množinou všech bodů X roviny, které mají od bodu A$[0; -1]$ třikrát větší vzdálenost než od bodu B$[0; 7]$ a popište ji (např. kdyby se jednalo o elipsu, určete střed a poloosy). $\qquad$ kružnice $x^2 + (y-8)^2 = 9$, S$[0; 8]$, $r = 3$

Závěrečná zkouška z matematiky 2015

T – B

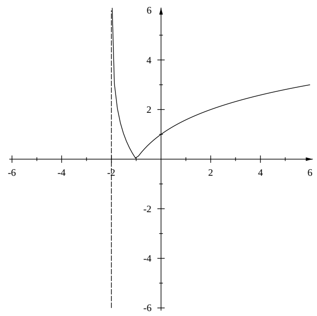
1. Určete definiční obor funkce $y = \dfrac{\sqrt{9-x^2} + \tan x}{\log(x+1)}$. $D_f = (-1;3] \setminus \{0; \frac{\pi}{2}\}$

2. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\cos x + 1 = 0$ $x_{1,2} = \pm\frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

3. Pro které hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ je funkce $y = (50 - 2a^2)^{1-x}$ rostoucí?
$a \in (-5; -\frac{7}{\sqrt{2}}) \cup (\frac{7}{\sqrt{2}}; 5)$

4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\log_2 x + \log_{16} x = \dfrac{35}{4}$ $x = 2^7 = 128$

5. Nakreslete graf funkce $y = |\log_2(x+2)|$.



6. V pro $z \in \mathbb{C}$ řešte rovnici $|z| + z = 25 - 5\mathrm{i}$. $z = 12 - 5\mathrm{i}$

7. Velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníka ABCD tvoří čtyři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti s diferencí $d = 10°$. Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníka ABCD. $a_1 = 75°,\ a_2 = 85°,\ a_1 = 95°,\ a_1 = 105°$

8. Kolik různých 5-místných čísel lze sestavit z karet, na nichž jsou čísla 12, 23, 5, 0?
$2 \cdot 2 + 3! = 10$

9. Napište rovnice všech navzájem kolmých přímek p, q, jejichž průsečík leží na ose x. Přímka p prochází bodem $\mathsf{A}[2;1]$ a přímka q bodem $\mathsf{B}[-4;5]$.
$p_1 : y = x - 1,\ q_1 : y = 1 - x,\ p_2 : y = \frac{x}{5} + \frac{3}{5},\ q_2 : y = -5x - 15$

10. Určete množinou všech bodů X roviny, které mají od bodu $\mathsf{A}[6;0]$ třikrát větší vzdálenost než od bodu $\mathsf{B}[-2;0]$ a popište ji (např. kdyby se jednalo o elipsu, určete střed a poloosy). kružnice $(x+3)^2 + y^2 = 9$, $\mathsf{S}[-3;0]$, $r = 3$