Závěrečná zkouška z matematiky 2016

T – A

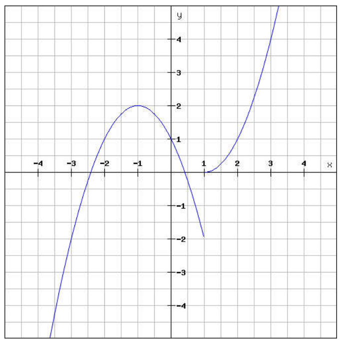
1. Určete definiční obor funkce $f(x) = \log(x+2) + \sqrt{\frac{2}{x} - x}$.
$D_f = (-2; -\sqrt{2}\rangle \cup (0; \sqrt{2}\rangle$

2. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\log_3(x^2 - x - 2) = 2 + \log_3 \frac{x+1}{x-2}$ $\qquad x = 5$

3. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $9^{x+1} + 5 \cdot 6^x \leq 4^{x+1}$ $\qquad x \leq -2$

4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\frac{1 - 3\cos^2 x}{\cos^2 x} = \tan x$
$x_1 = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ x_2 = \arctan(2) + k\pi$

5. Nakreslete graf funkce $y = x^2 \cdot \frac{|x-1|}{x-1} - 2x + 1$



6. Pro $z \in \mathbb{C}$ řešte rovnici: $|z + \mathrm{i}| = 2z + \mathrm{i}$. $\qquad z = \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{1}{2}\mathrm{i}$

7. Určete hodnotu výrazu

$$1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \cdots + 94 + 95 - 96 + 97 + 98 - 99 =$$

1584

8. Máme 5ti místný PIN kód, který obsahuje právě dvě číslice 8 a žádná cifra v PIN kódu není větší než první cifra. Kolik takových PIN kódů existuje?
$\binom{4}{2} \cdot 9^2 + \binom{4}{1} \cdot 8^3 = 2534$

9. Určete hodnoty koeficientů $a, b \in \mathbb{R}$ v rovnici přímky $y = ax + b$ tak, aby přímka a kladné části souřadnicových os x a y určovaly rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník s obsahem 8. $\qquad y = 4 - x$

10. Přímka má směrnici $k = 1,5$ a prochází vrcholem paraboly $\mathcal{P}: x^2 - 2x - 4y + 5 = 0$. Určete délku tětivy, kterou přímka vytíná na parabole. $\qquad 3\sqrt{13}$

Závěrečná zkouška z matematiky 2016

T – B

1. Určete definiční obor funkce $f(x) = \log(3-x) + \sqrt{x - \dfrac{3}{x}}$.

   $D_f = \langle -3; 0) \cup \langle \sqrt{3}; 3)$

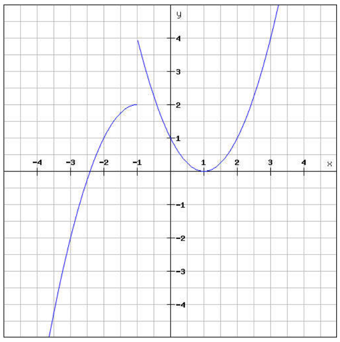
2. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\log_3(x^2 + x - 2) = 2 + \log_3 \dfrac{x-1}{x+2}$ $\quad x = -5$

3. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $3 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x - 2^{2x+1} \geq 0$ $\quad x \geq \frac{\log 2}{\log 3 - \log 2}$

4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\dfrac{1 - 3\sin^2 x}{\sin^2 x} = \operatorname{cotg} x$

   $x_1 = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ x_2 = \arctan(\frac{1}{2}) + k\pi$

5. Nakreslete graf funkce $y = x^2 \cdot \dfrac{|x+1|}{x+1} - 2x + 1$.



6. Pro $z \in \mathbb{C}$ řešte rovnici: $|z - \mathrm{i}| = 3z + 3\mathrm{i}$. $\quad z = \frac{\sqrt{2}}{2} - \mathrm{i}$

7. Určete hodnotu výrazu

   $$1 - 2 - 3 + 4 - 5 - 6 + 7 - 8 - 9 + \cdots + 94 - 95 - 96 + 97 - 98 - 99 =$$

   -1716

8. Máme 6 karet: 9, 10, J, Q, K, A. Kolik existuje takových uspořádání do řady, že karty 9 a 10 budou někde před kartou J a karta J je právě na 5. místě.

   $4 \cdot 3 \cdot 3! = 72$

9. Určete hodnoty koeficientů $a, b \in \mathbb{R}$ v rovnici přímky $y = ax + b$ tak, aby přímka, kladná část osy x a záporná část osy y určovaly rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník s obsahem 12,5. $\quad y = x - 5$

10. Přímka má směrnici $k = -\frac{1}{2}$ a prochází vrcholem paraboly $\mathcal{P}: y^2 - 2y - 4x + 5 = 0$. Určete délku tětivy, kterou přímka vytíná na parabole. $\quad 8\sqrt{5}$

Závěrečná zkouška z matematiky 2016

E – A

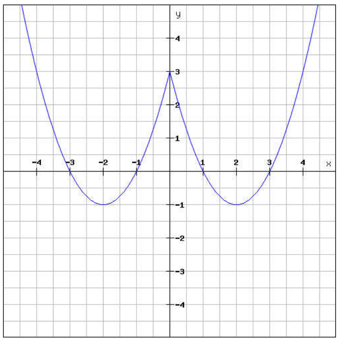
1. Určete definiční obor funkce $f(x) = \log \dfrac{x^2+2x-3}{1-x^2} + \sqrt{x^2-4}$.
$D_f = (-3; -2\rangle$

2. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $2^{\frac{5+\log x}{3-\log x}} = 8$ $\qquad x = 10$

3. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $2^x + 10 \cdot 2^{-x} \leq 7$ $\qquad x \in \langle 1; \log_2 5\rangle$

4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\sin x = \sqrt{2}\cos^2 x$. Dále určete počet kořenů v intervalu $\langle 0; \frac{5\pi}{2})$.
$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$, $x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, 3 kořeny

5. Nakreslete graf funkce $y = x^2 - 4|x| + 3$.



6. Vypočítejte: $\left(\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right)^{-2} + \left(\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right)^{2}$ $\qquad -2$

7. V aritmetické posloupnosti platí

$$\begin{cases} a_2 + a_5 = 2 \\ a_8 - a_6 = -4 \end{cases}$$

Určete součet prvních deseti členů S_{10}. $\qquad -30$

8. Určete, kolika způsoby lze šest chlapců a čtyři dívky postavit do řady tak, aby žádné dvě dívky nestály vedle sebe. Výsledek vyjádřete pomocí kombinačních čísel a faktoriálů.
$\binom{7}{4} \cdot 6! \cdot 4!$

9. V trojúhelníku ABC ($\mathsf{A}[-5; 2]$, $\mathsf{B}[-2; -4]$, $\mathsf{C}[1; 3]$) určete délku těžnice na stranu c.
$t_c = \frac{1}{2}\sqrt{145}$

10. Určete typ a parametry kuželosečky $\mathcal{K} : 16x^2 + 25y^2 - 64x - 200y + 64 = 0$.
elipsa, $\mathsf{S}[2; 4]$, $a = 5$, $b = 4$

Závěrečná zkouška z matematiky 2016

E – B

1. Určete definiční obor funkce $f(x) = \log \dfrac{x^2 - 2x - 3}{9 - x^2} - \sqrt{x^2 - 4}$

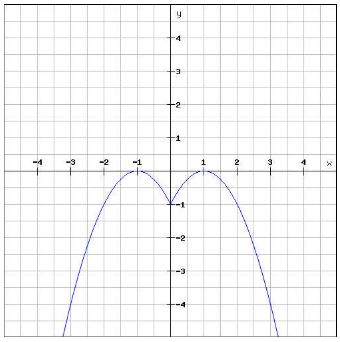
   $D_f = (-3; -2\rangle$

2. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $3^{\frac{5-\log x}{5+\log x}} = 81$ $\qquad x = \frac{1}{1000}$

3. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $2^x + 3 \cdot 2^{-x} \leq 4$ $\qquad x \in \langle 0; \log_2 3\rangle$

4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $2\sin^2 x + \sqrt{3}\cos x + 1 = 0$. Dále určete počet kořenů v intervalu $\langle -\pi; \frac{\pi}{2})$. $\qquad x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$, 1 kořen

5. Nakreslete graf funkce $y = 2|x| - x^2 - 1$.



6. Vypočítejte: $\left(\dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}\right)^3 - \left(\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right)^3$ $\qquad -2\mathrm{i}$

7. V aritmetické posloupnosti platí

$$\begin{cases} a_2 + a_5 = 6 \\ a_7 - a_3 = 8 \end{cases}$$

   Určete součet prvních deseti členů S_{10}. $\qquad 70$

8. Určete, kolika způsoby lze sedm chlapců a tři dívky postavit do řady tak, aby žádné dvě dívky nestály vedle sebe. Výsledek vyjádřete pomocí kombinačních čísel a faktoriálů. $\qquad \binom{8}{3} \cdot 7! \cdot 3!$

9. V trojúhelníku ABC ($\mathsf{A}[-5; 2]$, $\mathsf{B}[-2; -4]$, $\mathsf{C}[1; 3]$) určete délku výšky na stranu b.

   $v_b = \dfrac{39}{\sqrt{37}}$

10. Určete typ a parametry kuželosečky $\mathcal{K} : 4x^2 - 9y^2 - 16x + 54y - 101 = 0$.

    hyperbola, $\mathsf{S}[2; 3]$, $a = 3$, $b = 2$