

# Semestrální zkouška z matematiky 2006

---

## A

1. Zjednodušte výrazy a napište podmínky:

$$\text{a)} \frac{34}{1 + |3 - \sqrt{3}| + 2|2 - \sqrt{5}|} =$$

$$\text{b)} \sqrt{x\sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x}} =$$

2. Zjednodušte a napište podmínky:

$$\frac{x^2 - 4}{2 - x} + \frac{x^2 + x}{x + 1} + 3 =$$

3. Zjednodušte a napište podmínky:

$$\frac{x^{-6}(-2x^3)^4 + (5x^2)^3 + 3x^6}{(3xy^{-1})^2} =$$

4. Student ze svého stipendia utratí  $\frac{2}{5}$  za jídlo a  $\frac{1}{4}$  za kolej. Zůstane mu 1750 Kč. Jak velké je jeho stipendium?

5. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  nerovnici:  $1 \leq |x - 3| < 4$

6. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  nerovnici:  $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x - 5} \geq 0$

7. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:  $\sqrt{x+5} - \sqrt{x^2 - 7} = 0$

8. Určete všechny parametry  $p \in \mathbb{R}$  tak, aby rovnice

$$x^2 + (p + 1)x + 3p - 6 = 0$$

měla dva různé kořeny  $x_1 \neq x_2$ , pro které platí  $x_1 = 2x_2$ .

9. Obdélník má plochu  $112 \text{ cm}^2$ . Délka obdélníka je o 2 cm delší než dvojnásobek šířky. Určete délky stran obdélníka.

10. Distributor kávy má dva druhy kávy. První druh stojí 0,40 euro/kg, druhý druh stojí 0,65 euro/kg. Kolik kilogramů prvního a kolik druhého druhu musí smíchat, aby dostal 200 kg směsi, která má cenu 0,55 euro/kg?

B

1. Zjednodušte výrazy a napište podmínky:

a)  $\frac{20}{|3 - \sqrt{2}| + 2|1 - \sqrt{3}| - 1} =$

b)  $\sqrt{x\sqrt[5]{x}} \cdot \sqrt[5]{x\sqrt{x}} =$

2. Zjednodušte a napište podmínky:

$$\frac{x^2 - 9}{2 - x} + \frac{x^2 + 2x}{x + 2} + 5 =$$

3. Zjednodušte a napište podmínky:

$$\frac{(3x^2)^4 + (x^6)^2 x^{-4} + 18x^8}{(5xy^{-1})^2} =$$

4. Student ze svého stipendia utratí  $3/5$  za jídlo a  $1/6$  za kolej. Zůstane mu 1260 Kč. Jak velké je jeho stipendium?

5. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  nerovnici:  $1 < |x - 4| \leq 5$

6. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  nerovnici:  $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 9x + 20} \leq 0$

7. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:  $\sqrt{x+8} + \sqrt{8-x} = 4$

8. Určete všechny parametry  $p \in \mathbb{R}$  tak, aby rovnice

$$x^2 + (p+1)x + 3p - 6 = 0$$

měla dva různé kořeny  $x_1 \neq x_2$ , pro které platí  $x_1 = 3x_2$ .

9. Obdélník má plochu  $140 \text{ cm}^2$ . Délka obdélníka je o 1 cm kratší než trojnásobek šířky. Určete délky stran obdélníka.

10. Ze dvou druhů čaje v ceně 160 Kč a 220 Kč za kilogram se musí připravit 20 kg směsi v ceně 205 Kč za 1 kg. Kolik kilogramů každého druhu je třeba smíchat?

C

1. Zjednodušte výrazy a napište podmínky:

a)  $\frac{|2 - \sqrt{5}| - 3\sqrt{5} + 3}{5 + 2|\sqrt{5} - 2|} \cdot 19 =$

b)  $\sqrt{\frac{a\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a\sqrt{b}}}} =$

2. Zjednodušte a napište podmínky:

$$\left( \frac{1}{a+1} - \frac{2a}{a^2-1} \right) \cdot \left( \frac{1}{a} - 1 \right) =$$

3. Zjednodušte a napište podmínky:

$$\frac{(3x^2)^4 + (x^6)^2 x^{-4} + 18x^8}{(5xy^{-1})^2} =$$

4. Tři dělníci udělají jistou práci za 4 hodiny. První dělník sám udělá stejnou práci za 15 hodin, druhý sám ji udělá za 12 hodin. Za kolik hodin ji udělá samotný třetí dělník?

5. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  soustavu nerovnic:

$$\begin{cases} |x^2 - 4x| < 5 \\ |x + 1| < 3 \end{cases}$$

6. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  nerovnici:  $\frac{x^2 + 11x + 10}{x^2 - 12x + 20} \geq 0$

7. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:  $\sqrt{4 + 2x - x^2} = x - 2$

8. Určete všechny parametry  $p \in \mathbb{R}$  tak, aby rovnice

$$x^2 + (p+1)x + 3p - 6 = 0$$

měla dva různé kořeny  $x_1 \neq x_2$ , pro které platí  $x_1 = 3x_2$ .

9. Obvod obdélníka je 68 cm a délka úhlopříčky je 26 cm. Určete obsah obdélníka.

10. Jeden roztok obsahuje 15 % alkoholu a druhý 30 % alkoholu. Kolik mililitrů každého roztoku musíme vzít, abychom dostali 600 ml 22% alkoholu?

D

1. Zjednodušte výrazy a napište podmínky:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{3|\sqrt{7}-3|}{-4|2-\sqrt{7}|+|-3\sqrt{7}+7|} = \\ \text{b)} \quad & \sqrt{\frac{x^3\sqrt{y}}{y\sqrt[3]{x}}} = \end{aligned}$$

2. Zjednodušte a napište podmínky:

$$\left( \frac{a+ab}{b^2} + \frac{b-a}{b} \right) : \left( \frac{a+b^2}{b} \right) =$$

3. Zjednodušte a napište podmínky:

$$\frac{(3x^2)^4 + (x^6)^2x^{-4} + 18x^8}{(5xy^{-1})^2} =$$

4. Bazén má dva kohouty  $A$  a  $B$ . Kohoutem  $A$  voda přitéká a kohoutem  $B$  voda odtéká. Když je otevřený jenom kohout  $A$ , prázdný bazén se naplní za 18 minut. Když je otevřený jenom kohout  $B$ , plný bazén se vyprázdní za 20 minut. Za kolik hodin se naplní prázdný bazén, když jsou otevřené oba kohouty?

5. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  soustavu nerovnic:

$$\begin{cases} |x^2 + 5x| < 6 \\ |x + 1| < 2 \end{cases}$$

6. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  nerovnici:  $\frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - x - 6} \geq 0$

7. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:  $\sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4$

8. Určete všechny parametry  $p \in \mathbb{R}$  tak, aby rovnice

$$x^2 + (p+1)x + 3p - 6 = 0$$

měla dva různé kořeny  $x_1 \neq x_2$ , pro které platí  $x_1 = 2x_2$ .

9. Délka přepony pravoúhlého trojúhelníka je o 2 cm větší než větší odvěsna. Větší odvěsna je o 7 cm větší než kratší odvěsna. Určete obsah trojúhelníka.

10. Kolik litrů 100% alkoholu je nutné přidat do tří litrů 30% alkoholu, abychom dostali 65% alkohol?