

## Závěrečná zkouška z matematiky 2009

---

### A

1. Určete maximální definiční obor funkcí:

$$(a) y = \sqrt{\frac{7-x}{x-2}} + 2 \qquad (b) y = \frac{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}{\log(x+1)}$$

2. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $2^{x+2} - 2^x = 96$
3. Řešte nerovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\log_4(x+2) \leq 3$
4. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $3 \sin x = 2 \cos^2 x$
5. Je dána funkce  $f(x) = x^2 + x + 1$ . Určete všechna  $a \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$f(a+1) - f(a) < 7.$$

6. Určete součet všech trojčiferných čísel, která po dělení pěti dávají zbytek 3.
7. Napište v algebraickém tvaru

$$\frac{1+i}{1-2i} + \frac{i}{1+i}$$

8. Určete, kolika způsoby můžeme ze sedmi mužů a pěti žen vybrat pětičlennou skupinu, ve které jsou právě dvě ženy.
9. Určete obvod kružnice dané rovnicí:  $x^2 + y^2 - 4x = 5$ .
10. Určete vzdálenost průsečíků elipsy  $\mathcal{E} : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  a přímky  $p : 3x - 2y + 6 = 0$ .

## Závěrečná zkouška z matematiky 2009

---

### B

1. Určete maximální definiční obor funkcí:

$$(a) y = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{3-x^2}} \qquad (b) y = \frac{\sqrt{x^2+4x-12}}{\log(x+2)}$$

2. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $3^{x+2} + 3^{x-1} = 28$   
3. Řešte nerovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\log_3(x-1) \leq 2$   
4. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $2\sqrt{3}\sin^2 x = \cos x$   
5. Je dána funkce  $f(x) = x^2 - 3x$ . Určete všechna  $a \in \mathbb{R}$ , pro která platí

$$f(a) - f(a-2) < 10.$$

6. Určete součet všech trojčiferných čísel, která po dělení osmi dávají zbytek 5.  
7. Napište v algebraickém tvaru

$$\frac{1+i}{1-2i} - \frac{i}{1+i}$$

8. Určete, kolika způsoby můžeme ze sedmi mužů a pěti žen vybrat pětičlennou skupinu, ve které jsou právě dva muži.  
9. Určete obvod kružnice dané rovnicí:  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 7$ .  
10. Určete vzdálenost průsečíků elipsy  $\mathcal{E} : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  a přímky  $p : 3x + 2y - 6 = 0$ .

## Závěrečná zkouška z matematiky 2009

---

### C

1. Určete maximální definiční obor funkcí:

(a)  $y = \sqrt{5 - |1 - x|}$

(b)  $y = \frac{\log(x + 1)}{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}$

2. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$
3. Řešte nerovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > -1$
4. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0$
5. V trojúhelníku  $ABC$  je velikost strany  $a = 3\sqrt{3}$  cm, velikost strany  $b = 3$  cm a úhel u vrcholu  $A$   $\alpha = \frac{\pi}{3}$  radiánů. Určete úhel  $\gamma$  u vrcholu  $C$ .
6. Délky hran kváдру tvoří geometrickou posloupnost. Součet délek hran je 26 a prostřední hrana má délku 6 cm. Určete délky zbývajících hran.
7. Napište v algebraickém tvaru

$$\frac{2 + 3i}{2 + 4i} + \frac{3 - 4i}{2 - 3i}$$

8. Jsou dány dvě rovnoběžky  $p$  a  $q$ . Na přímce  $p$  je 5 různých bodů a na přímce  $q$  jsou 4 různé body. Z těchto bodů žádné 4 neleží na jedné kružnici. Kolik kružnic prochází právě třemi z daných bodů?
9. Určete obsah kružnice dané rovnicí:  $x^2 + y^2 + 10x - 14y + 63 = 0$ .
10. Určete vzdálenost průsečíků elipsy  $\mathcal{E} : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  a přímky  $p : 2x - 3y - 6 = 0$ .

## Závěrečná zkouška z matematiky 2009

---

### D

1. Určete maximální definiční obor funkcí:

(a)  $y = \sqrt{1 - |4x + 3|}$

(b)  $y = \frac{\log(x + 2)}{\sqrt{x^2 + 4x - 12}}$

2. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $3^x + 3^{x+2} = \frac{10}{3}$
3. Řešte nerovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\log_{\frac{1}{3}}(x + 2) > 1$
4. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$
5. V trojúhelníku  $ABC$  je velikost strany  $a = 3$  cm, velikost strany  $b = \frac{3}{2}\sqrt{6}$  cm a úhel u vrcholu  $A$   $\alpha = \frac{\pi}{4}$  radiánů. Určete úhel  $\gamma$  u vrcholu  $C$ .
6. Strany trojúhelníku tvoří geometrickou posloupnost. Obvod trojúhelníku je  $\frac{76}{3}$  cm a prostřední strana má délku 8 cm. Určete délky zbývajících stran.
7. Napište v algebraickém tvaru

$$\frac{2 + 3i}{2 + 4i} - \frac{3 - 4i}{2 - 3i}$$

8. Jsou dány dvě rovnoběžky  $p$  a  $q$ . Na přímce  $p$  je 6 různých bodů a na přímce  $q$  jsou 3 různé body. Kolik různých trojúhelníků určují tyto body?
9. Určete obsah kružnice dané rovnicí:  $x^2 + y^2 + 10x - 6y + 21 = 0$ .
10. Určete vzdálenost průsečíků elipsy  $\mathcal{E} : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  a přímky  $p : 2x + 3y - 6 = 0$ .