

## Závěrečná zkouška z matematiky 2012

---

### A

1. Určete definiční obor funkce  $f : y = \ln \frac{x+1}{x-2} + \sqrt{9-x^2}$ .

2. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $5 \cos \frac{x}{2} = 2 \sin x$

3. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $8^{x^2+3x+10} = 4^{x^2-x}$

4. Řešte nerovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-8x+7} \geq 1$

5. V aritmetické posloupnosti platí

$$\begin{cases} a_2 - a_4 + a_6 = 4 \\ a_1 + a_5 = 12 \end{cases}$$

Určete součet prvních 10-ti členů posloupnosti.

6. Pro  $x \in \langle -1; 3 \rangle$  nakreslete graf funkce  $y = |x^2 - 2x|$ .

7. Ze skupiny 6-ti mužů a 3 žen vybíráme 4-člennou skupinu obsahující právě 2 muže a právě dvě ženy. Kolika způsoby je můžeme vybrat?

8. Vypočítejte a zapište v algebraickém tvaru

$$\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^4 =$$

9. Je dána přímka  $p : 3x - 2y - 5 = 0$  a bod  $Q[4; -3]$ . Určete vzdálenost bodu  $Q$  od průsečíku přímky  $p$  s osou  $x$ .

10. Určete průsečíky přímky  $p : x - 2y - 4 = 0$  s kružnicí  $k : (x - 2)^2 + y^2 = 4$ .

## Závěrečná zkouška z matematiky 2012

---

### B

1. Určete definiční obor funkce  $f : y = \ln(4 - x^2) + \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ .
2. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $7 \sin \frac{x}{2} = 3 \sin x$
3. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $16^{x^2+x+4} = 32^{x^2+2x}$
4. Řešte nerovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x-15} \geq 1$
5. V aritmetické posloupnosti platí

$$\begin{cases} a_3 = 2a_4 \\ a_6 = -1. \end{cases}$$

Určete součet prvních 14-ti členů posloupnosti.

6. Pro  $x \in \langle -3; 1 \rangle$  nakreslete graf funkce  $y = -|x^2 + 2x - 2|$ .
7. Ze skupiny 5-ti mužů a 4 žen vybíráme 4-člennou skupinu obsahující právě 2 muže a právě dvě ženy. Kolika způsoby je můžeme vybrat?
8. Vypočítejte a запиšte v algebraickém tvaru
$$\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^6 =$$
9. Přímka prochází body  $A[2; 4]$  a  $B[-3; 1]$ . Protíná osy souřadnic v bodech  $P_1$  a  $P_2$ . Určete vzdálenost bodů  $|P_1P_2|$ .
10. Určete průsečíky přímky  $p : x - 3y + 4 = 0$  s kružnicí  $k : x^2 + (y - 2)^2 = 4$

## Závěrečná zkouška z matematiky 2012

---

### C

1. Určete definiční obor funkce  $f : y = \frac{1}{3 - \log_3(x+3)} + \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ .
2. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\sin 4x - \sin 2x = \sin x$
3. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $x^{1+\log_{\frac{1}{2}} x} = \frac{x}{4}$
4. Řešte nerovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $9^x + 6 < 5 \cdot 3^x$
5. V geometrické posloupnosti platí

$$\begin{cases} a_3 + 2a_5 = 48 \\ a_2 + 4a_4 = 96. \end{cases}$$

Určete součet prvních 6-ti členů posloupnosti.

6. Pro  $x \in \langle -\pi; \pi \rangle$  nakreslete graf funkce  $y = |2 \sin x - 1|$ .
7. Ze skupiny 15 mužů, 7 žen a 6 dětí vybíráme skupinu, ve které je 1 muž, jedna žena a 2 děti. Kolika způsoby to můžeme udělat?
8. Vypočítejte a zapište v algebraickém tvaru
$$\left( \frac{4(\cos 190^\circ + i \sin 190^\circ)}{\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ} \right)^2 =$$
9. Přímka prochází body  $A[4; -1]$  a  $B[-2; -3]$ . Protíná osy souřadnic v bodech  $P_1$  a  $P_2$ . Vypočítejte obsah trojúhelníka  $\triangle P_1 P_2 O$ , kde  $O$  je počátek soustavy souřadnic.
10. Určete průsečíky přímky  $p : x - 2y + 2 = 0$  s hyperbolou  $\mathcal{H} : \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ .

## Závěrečná zkouška z matematiky 2012

---

### D

1. Určete definiční obor funkce  $f : y = \sqrt{\log(x^2 - 5x + 7)} + \frac{1 - 5^x}{7^{-x} - 7}$ .
2. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\sin 3x = \sin 2x - \sin x$
3. Řešte rovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $3^{27^x} = 27^{3^x}$
4. Řešte nerovnici pro  $x \in \mathbb{R}$ :  $\log\left(\frac{2x-3}{x+1}\right) \leq 0$
5. V geometrické posloupnosti platí

$$\begin{cases} a_2 - a_1 = 15 \\ a_3 - a_2 = 60. \end{cases}$$

Určete součet prvních čtyř členů posloupnosti.

6. Pro  $x \in \langle -\pi; \pi \rangle$  nakreslete graf funkce  $y = |2 \cos x - 1|$ .
7. Ze skupiny 15 mužů, 7 žen a 6 dětí vybíráme skupinu, ve které je 1 muž, 2 ženy a 1 dítě. Kolika způsoby to můžeme udělat?
8. Vypočítejte a запиšte v algebraickém tvaru

$$\left( \frac{4(\cos 200^\circ + i \sin 200^\circ)}{\cos 350^\circ + i \sin 350^\circ} \right)^2 =$$

9. Jsou dány body  $A[-\frac{1}{2}; 3]$  a  $B[\frac{1}{2}; 1]$ . Určete na ose  $x$  bod  $C$ , který má od bodů  $A$  a  $B$  stejnou vzdálenost.
10. Určete průsečíky přímky  $p : x + y - 1 = 0$  s hyperbolou  $\mathcal{H} : x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$ .