

## Závěrečná zkouška z matematiky 2014

---

### T – A

1. Určete definiční obor funkce  $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{20 + x - x^2}$ .
2. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $2 \sin^2 x + \cos^2 x + \sin x \cos x = 1$
3. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $3^{x+3} - 2 \cdot 3^{x+2} - 4 \cdot 3^x = 20$
4. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnici:  $\log^2 x - 4 \log x \geq 8 - \log x^2$
5. Graf funkce  $y = \log_3 \left( x^2 + \frac{1}{9} \right)$  protíná osu  $x$  v bodech A a B a osu  $y$  v bodě C. Určete obsah trojúhelníka ABC,
6. Pro  $z \in \mathbb{C}$  řešte rovnici:  $|z + i| = 2z + i$  a výsledek zapište v algebraickém tvaru.
7. Součet prvních  $n$  členů aritmetické posloupnosti je dán vztahem  $S_n = 9n^2 - 70n$ . Určete vztah pro  $n$ -tý člen posloupnosti.
8. Z číslic 0, 0, 0, 0, 2, 2, 8, 8 vytvoříme všechna osmimístná kladná čísla. Kolik takových čísel existuje? Výsledek spočítejte numericky.
9. Určete všechny hodnoty parametru  $a \in \mathbb{R}$ , pro které jsou přímky  $p : ax - y + 2 = 0$  a  $q : 6x + (a - 5)y - 7 = 0$  rovnoběžné.
10. Určete rovnice tečen ke kružnici  $k : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 = 0$  z bodu A[5; 1].

## Závěrečná zkouška z matematiky 2014

---

### T – B

1. Určete definiční obor funkce  $y = \sqrt{\tan x} + \sqrt{4 + 3x - x^2}$ .
2. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $\sin^2 x + 2 \cos^2 x + \sin x \cos x = 1$
3. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $7 \cdot 2^{x+2} - 2^{x+4} - 9 \cdot 2^x = 15$
4. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnici:  $\log^2 x - 5 \log x \geq 10 - \log x^2$
5. Graf funkce  $y = \log_4 \left( x^2 + \frac{1}{4} \right)$  protíná osu  $x$  v bodech A a B a osu  $y$  v bodě C. Určete obsah trojúhelníka ABC,
6. Pro  $z \in \mathbb{C}$  řešte rovnici:  $|z - i| = 5(z + 3i)$  a výsledek zapište v algebraickém tvaru.
7. Součet prvních  $n$  členů aritmetické posloupnosti je dán vztahem  $S_n = 9n - 2n^2$ . Určete vztah pro  $n$ -tý člen posloupnosti.
8. Z číslic 0, 0, 0, 3, 3, 3, 8, 8 vytvoříme všechna osmimístná kladná čísla. Kolik takových čísel existuje? Výsledek spočítejte numericky.
9. Určete všechny hodnoty parametru  $a \in \mathbb{R}$ , pro které jsou přímky  $p : (a - 4)x - 2ay + 2 = 0$  a  $q : 4x + (a + 8)y - 7 = 0$  kolmé.
10. Určete rovnice tečen ke kružnici  $k : x^2 + y^2 + 2x - 2y - 6 = 0$  z bodu A[-1; 5].

## Závěrečná zkouška z matematiky 2014

---

### E – A

1. Určete definiční obor funkce  $y = \ln \frac{2 - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} + 1}$
2. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $\cos 2x + 5 \sin x + 2 = 0$
3. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $2 \cdot 3^{x+2} - 16 \cdot 3^x + 3^{x+1} = 45$
4. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnici:  $\log_3^2(3x) + \log_3(3x) \geq 6$
5. Graf funkce  $y = x^2 + 4x - 5$  protíná osu  $x$  v bodech A a B. Určete obsah trojúhelníka ABV, kde bod V je vrchol paraboly.
6. Zjednodušte a výsledek napište v algebraickém tvaru:  $\frac{(1-i)^3 - 1}{(1+i)^3 + 1}$
7. Přičteme-li totéž číslo k číslům 2, 7, 17, dostaneme první tři členy geometrické posloupnosti. Určete šestý člen této posloupnosti.
8. Ve třídě je 10 chlapců a 15 dívek. Kolika způsoby z nich můžeme vybrat trojici, ve které je aspoň jeden chlapec a aspoň jedna dívka? (Na pořadí výběru nezáleží.) Výsledek spočítejte numericky.
9. Přímka  $p$  prochází body A[4; -5] a B[2; 3]. Určete obecnou rovnici přímky  $q$ , která je rovnoběžná s přímkou  $p$  a prochází bodem P[7; 4].
10. V rovině je dána kružnice  $k : x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ . Kružnice protíná kladnou část osy  $x$  v bodě X a kladnou část osy  $y$  v bodě Y. Určete
  - (a) střed a poloměr kružnice  $k$
  - (b) vzdálenost bodů  $|XY|$ .

## Závěrečná zkouška z matematiky 2014

---

### E – B

1. Určete definiční obor funkce  $y = \ln \frac{1 - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2} + 1}$
2. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $\cos 2x + 3 \cos x - 1 = 0$
3. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $9 \cdot 2^{x+1} - 2^{x+4} + 3 \cdot 2^x = 40$
4. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnici:  $\log_2^2(2x) - \log_2(2x) \geq 6$
5. Graf funkce  $y = x^2 - 2x - 15$  protíná osu  $x$  v bodech A a B. Určete obsah trojúhelníka ABV, kde bod V je vrchol paraboly.
6. Zjednodušte a výsledek napište v algebraickém tvaru:  $\frac{(1-i)^3 + 1}{(1+i)^3 - 1}$
7. Odečteme-li totéž číslo od čísel 6, 12, 30, dostaneme první tři členy geometrické posloupnosti. Určete pátý člen této posloupnosti.
8. Ve třídě je 10 chlapců a 8 dívek. Kolika způsoby z nich můžeme vybrat pětiici, ve které jsou aspoň dva chlapci a aspoň dvě dívky? (Na pořadí výběru nezáleží.) Výsledek spočítejte numericky.
9. Přímka  $p$  prochází body A[-3; 3] a B[0; 5]. Určete obecnou rovnici přímky  $q$ , která je kolmá na přímkou  $p$  a prochází bodem P[1; 1].
10. V rovině je dána kružnice  $k : x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ . Kružnice protíná zápornou část osy  $x$  v bodě X a zápornou část osy  $y$  v bodě Y. Určete
  - (a) střed a poloměr kružnice  $k$
  - (b) vzdálenost bodů  $|XY|$ .