

Semestrální zkouška z matematiky 2013

A

1. Vypočítejte: $\left(1 - \frac{\sqrt{14}}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{14}}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$
2. Výraz: $\frac{1 + \frac{b}{2}}{1 - \frac{4}{b^2}}$
 - a) zjednodušte
 - b) určete podmínky, kdy má výraz smysl
 - c) určete hodnotu výrazu pro $b = \frac{1}{3}$
3. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $\frac{2x^2 - 10x}{x^2 - 5x} \geq x - 3$
4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2$
5. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $|x-3| - 4 < 6 - |x+3|$
6. Řešte pro $x, y, z \in \mathbb{R}$ soustavu
$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - 2y - z = 1 \\ 2x - y - 2z = -1 \end{cases}$$
7. Pro které hodnoty parametru $p \in \mathbb{R}$ je poměr kořenů rovnice $x^2 + px - 16 = 0$ takový, že $\frac{x_1}{x_2} = -4$?
8. MP3 přehrávač stál původně 2500 Kč. Pak ho dvakrát zlevnili, celkem o 700 Kč. Poprvé ho zlevnili o 10 %. O kolik % ho zlevnili podruhé?
9. Dva dělníci by udělali daný úkol za 6 dní. Po třech dnech jeden z nich onemocněl a druhý dokončil práci za 5 dní. Určete, za jak dlouho by splnil úkol každý z nich.
10. 630 litrů vína bylo rozděleno do 22 sudů. Jedna část sudů byla po 25 litrech, druhá část po 35 litrech. Všechny sudy byly plné. Kolik bylo kterých sudů?

Semestrální zkouška z matematiky 2013

B

1. Vypočítejte: $\left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$
2. Výraz: $[(1 + 2m^{-1})^{-1} - 1]^{-1}$
 - a) zjednodušte
 - b) určete podmínky, kdy má výraz smysl
 - c) určete hodnotu výrazu pro $m = \frac{1}{3}$
3. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $x - 2 \geq \frac{3x^2 - 6x}{2x - x^2}$
4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\sqrt{x + 13} - \sqrt{7 - x} = 2$
5. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $|x - 2| - 4 < 6 - |x + 4|$
6. Řešte pro $x, y, z \in \mathbb{R}$ soustavu
$$\begin{cases} x - 3y + 3z = -4 \\ 2x + 3y - z = 15 \\ 4x - 3y - z = 19 \end{cases}$$
7. Pro které hodnoty parametru $k \in \mathbb{R}$ platí pro kořeny rovnice $x^2 + 3x + k = 0$ vtaž $x_2 = x_1 + 2$?
8. Organizace měla původně 32 členů. Během dvou roků se počet členů zvýšil o 34 lidí. První rok se počet členů zvýšil o 50 %. O kolik % se zvýšil počet členů druhý rok?
9. 32 dělníků provede určitou práci za 35 dní. Za kolik dní bude práce hotova, bude-li na ní 20 dnů pracovat 48 dělníků a potom pouze 32 dělníků?
10. Vstupné na divadelní představení je 50 Kč pro dospělé a 30 Kč pro děti. Kolik dospělých a kolik dětí navštívilo představení, jestliže bylo prodáno 450 vstupenek a na vstupném bylo vybráno celkem 17 100 Kč?

Semestrální zkouška z matematiky 2013

C

1. Usměrněte zlomek: $\frac{12}{\sqrt{15} - \sqrt{6} + \sqrt{35} - \sqrt{14}}$

2. Výraz: $\frac{ab^2 + b^3}{b^4 - a^4} \cdot \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right)$

a) zjednodušte

b) určete podmínky, kdy má výraz smysl

c) určete hodnotu výrazu pro $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{2}{3}$

3. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $\frac{|3 - 5x|}{x - 2} \geq 6$

4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $x^2 - 4x + 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$

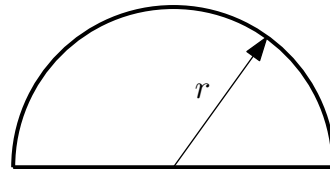
5. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $|2x + 3| \leq 4 + |x|$

6. Řešte pro $x, y, z \in \mathbb{R}$ soustavu

$$\begin{cases} 4x - 3y + z = -10 \\ 2x + y + 3z = 0 \\ -x + 2y - 5z = 17 \end{cases}$$

7. Pro které hodnoty parametru $p \in \mathbb{R}$ je jeden kořen rovnice $x^2 - px + 2p + 8 = 0$ dvakrát větší než druhý?

8. Obvod (v délkových jednotkách) půlkružnice na obrázku 1 je stejný jako její obsah ve čtverečných jednotkách. Určete poloměr půlkružnice.



Obrázek 1

9. Prvním přítokem se bazén naplní o 4 hodiny a druhým o 25 hodin později než oběma najednou. Za jakou dobu se bazén naplní prvním přítokem?

10. Aljoša a Boris vyjdou současně proti sobě z míst vzdálených 55 km. Když se potkají, zjistí, že Aljoša ušel o 5 km více, protože šel o 1 km/h rychleji než Boris. Jakou rychlostí šel Aljoša?

Semestrální zkouška z matematiky 2013

D

1. Usměrněte zlomek: $\frac{27}{\sqrt{10} - 2 + \sqrt{55} - \sqrt{22}}$

2. Výraz: $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2 \right] : \left(\frac{2}{ab}\right)^2$

a) zjednodušte

b) určete podmínky, kdy má výraz smysl

c) určete hodnotu výrazu pro $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{1}{2}$

3. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $\frac{|2 - 3x|}{x - 3} \geq 5$

4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\sqrt{x^2 - 3x + 5} + x^2 = 3x + 7$

5. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $|2x + 1| \leq 5 - |x|$

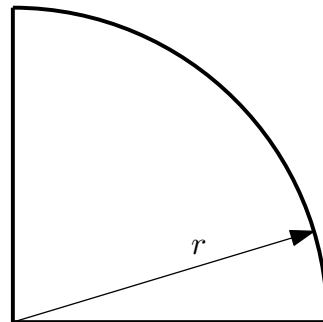
6. Řešte pro $x, y, z \in \mathbb{R}$ soustavu

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 9 \\ x - 2y - 2z = -9 \end{cases}$$

7. Pro které hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ je jeden kořen rovnice $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + 2 = 0$ dvakrát větší než druhý?

8. Obvod (v délkových jednotkách) čtvrtkružnice na obrázku 1 je stejný jako její obsah ve čtverečných jednotkách. Určete poloměr čtvrtkružnice.

9. Bazén se naplní prvním kohoutem o 4 hodiny a druhým o 9 hodin později než oběma najednou. Za jakou dobu se naplní druhým kohoutem?



Obrázek 1

10. Vzdálenost mezi dvěma městy A a B je 48 km. Osobní auto ujelo dráhu AB o 20 minut dříve než nákladní auto. Vypočítejte průměrné rychlosti obou aut, víte-li, že rozdíl těchto rychlostí je 12 km/h.